

# 歪検査器の利用技術 IV

## セナルモン法の原理と活用

■千葉工業大学教授 岸井 貫

### 1. 応力の測定と光路差

ガラス製品の製造工程では、製品中の残留応力の検出・観察・定量が大切である。これには普通は歪（ひずみ）検査器が使われる。歪検査器は偏光を利用した光学系で、光弾性装置や鉱物顕微鏡（偏光顕微鏡）と大体同じ機能を持っている。

応力の検出と観察にはガラス製品を歪検査器の光学系中に入れて眺めるだけでよい。し

かし応力を定量するためには「光路差（遅れ、レターディション）」と呼ばれる量を定量測定する必要がある。

本稿では光路差や応力の測定法として、他の測定法に比べて特殊な性格があり特長も持つセナルモン補整器法（セナルモン法）について記す。

### 2. 応力による光路差の発生

#### 2.1 光路差と遅れ位相角

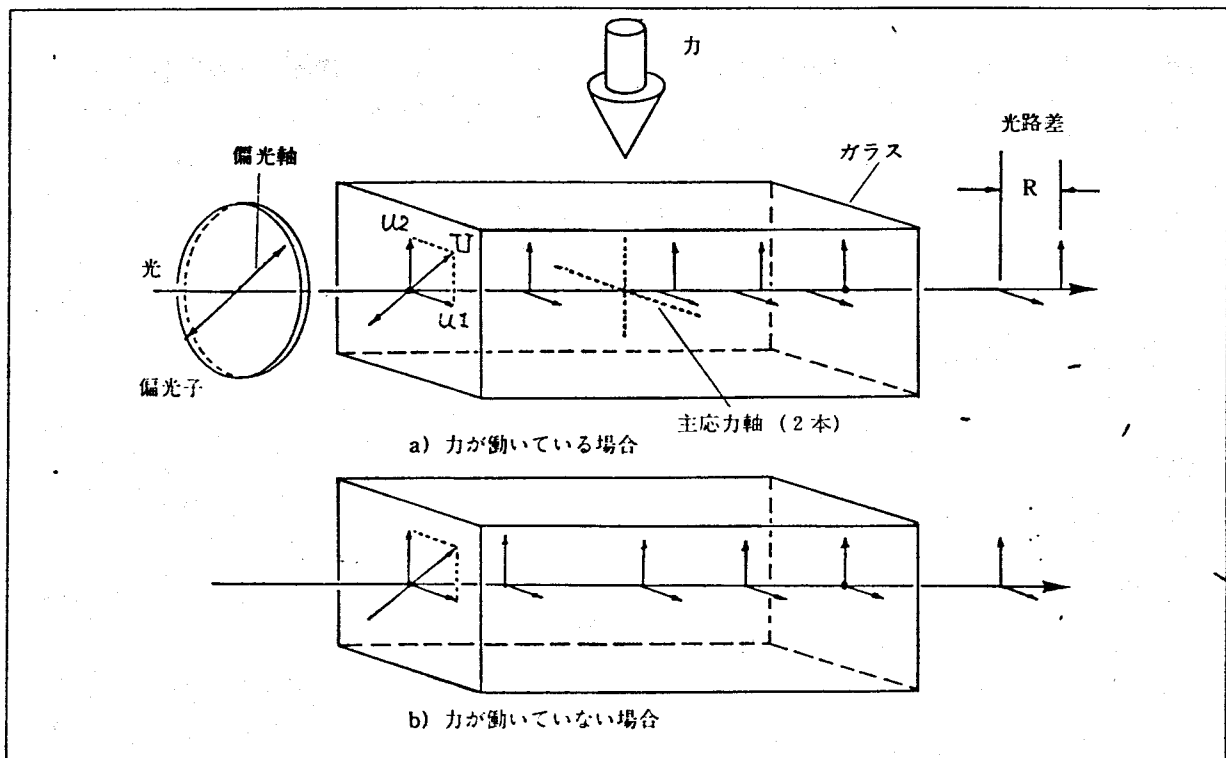


図1 力による光路差の発生の説明

図1 a)においてガラスに力(内力または外力)が加わっている。ガラス内の主応力軸は力の方向に平行および垂直な2本がある。光源からの光が左方から偏光板(偏光子)に入り偏光軸に平行に振動する光波Uになりガラス内へ進入する。Uは主応力軸に平行な2つの成分波 $u_1$ ,  $u_2$ に分かれて互いに異なる速度で進むので、ガラス内を進むにしたがい成分波の一方が他方より遅れる(図では $u_1$ が $u_2$ より遅れるように描かれている)。ガラスを通過した後は遅れは一定のまま成分波は互いに等しい速度で空間中を伝わり、観察者系へ到達する。この遅れが光路差である。

光路差Rは応力Fとガラス中の光の経路の長さLに比例するので

$$R = C \cdot F \cdot L$$

である。比例常数Cはガラスの組成により決まるので、ガラスの光弾性常数と呼ばれる。

ガラス中に応力がなければ光路差が発生しない(図1 b))。

普通、Lはガラス製品の形から既知、Cもガラスの組成からおおよその値が知られているから、光路差Rを定量すると応力も定量的に算出できる。

光路差は光の波長と同様にnm(ナノメートル $=10^{-9}$ m)を単位として表されることが多い。

一方、光の1波長は電場振動の1周期、位相角の $2\pi$ (単位ラジアン)に対応するから光路差Rは位相角に換算すると

$$\delta = R \times (2\pi/\lambda), \lambda: \text{波長}$$

になる。 $\delta$ を「遅れ位相角」と呼んでおく。

ここで  $2\pi$ ラジアン $=360^\circ$  である。

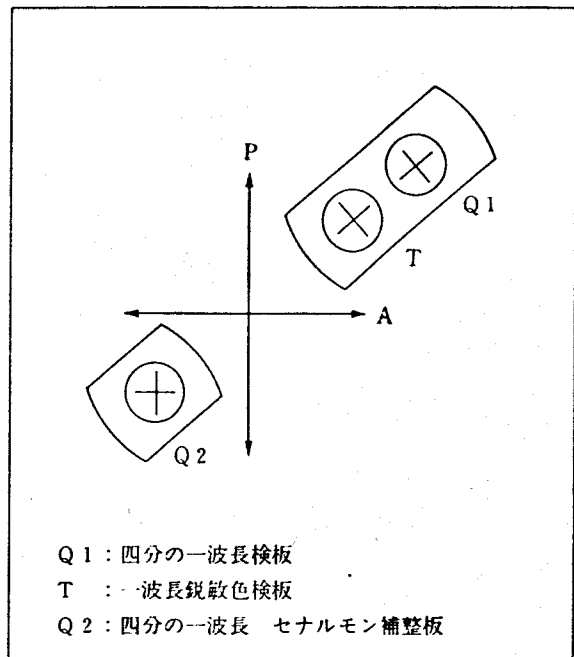
## 2. 2 応力と複屈折

光路差Rは応力によってガラス中に誘起された複屈折 $\Delta n$ と次の関係がある:

$u_1$ ,  $u_2$ のうち的一方に対して

$$\text{屈折率} = n_o$$

他方に対して



Q1: 四分の一波長検板  
T: 一波長鋭敏色検板  
Q2: 四分の一波長 セナルモン補整板

図2 検板・補整板の軸と偏光板の軸(P,A)との角度関係

屈折率 $=n_e$

$$\text{複屈折は } \Delta n = |n_e - n_o|,$$

$$\text{光路差は } R = L \times \Delta n$$

添字oとeはそれぞれ「通常」, 「異常」を表し、結晶光学でいう通常光, 異常光についての値であることを示す。

鉱物顕微鏡は光路差Rを定性的に求め、岩石試料薄片中の結晶の厚さをLとして結晶の複屈折を定性的に知るという使い方が多い。

## 3. 光路差の測定法

光路差Rを定量的または半定量的に知る方法には次の3種類がある。

(1)検板の光路差と試料の光路差とを重畳させて、その効果(明るさ変化・色調変化)を観察する方法。

検板には「一波長鋭敏色検板」と「四分の一波長検板」がある。これらはそれぞれ530~560nmおよび135nmくらいの光路差を持つ複屈折板であり、鉱物顕微鏡にはこれらが標準的に附属している。偏光板(偏光子Pと検光子

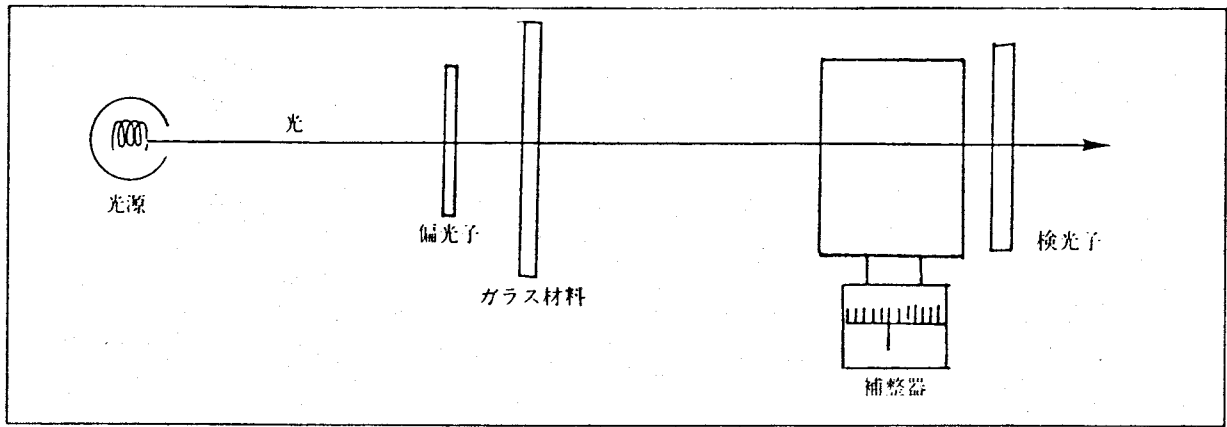


図3 補整器を用いた光路差の測定における光学素子の配置

A) の偏光軸と検板の光学軸（直交して二本あるので十字形の線で示す）との関係を図2に示す。

この方法はそのままで光路差の詳しい定量はできない。

(2)光路差既知の標準との比較

光路差が既知の複屈折板を予め作っておくかあるいは補整器（次項参照）で実現し、これを試料と並べて光学系に挿入し比較観察する。普通は鋭敏色検板と併用し、視野の鋭敏色の変色を比較する。

実現できる光路差が離散的ならば試料の光

路差は半定量的に求められる。光路差を連続的に実現できるならば定量測定またはそれに近い精度で測れる。

(3)補整器による測定法

補整器は機械的な回転・直線的移動などの機構を持ち、回転角・移動距離に対応して連続的に光路差を実現でき、さらに実現された光路差と回転・距離との関係が較正されているものである。

試料と補整器とは光路内に重ねて置かれ（図3）、試料の光路差を補整器で打消して零とする（偏光板の直交配置の場合は暗くする。鋭敏色検板を併用した場合は変色が認められないようにする）。試料の光路差は補整器が実現した光路差と絶対値が等しい（符号は逆である）と考えて求められる。

歪検査器や鉱物顕微鏡に採用されている補整器の種類を表1に掲げた。セナルモンの補整器が他の補整器と性格が違うことがわかる。また補整器と試料との配列は一般には逆にしても差し支えないが、セナルモンの補整器だけは例外である。

表1 補整器の種類と働き

種類	歪検査器での使用例のあるもの		
	バビネ <sup>a)</sup> バビネーソレイユ <sup>b)</sup> ブレース <sup>c)</sup> (ケーラーまたはブレースー)ケーラー	セナルモン <sup>d)</sup>	ベレク <sup>e)</sup> エリングハウス <sup>e)</sup>
働き	光路差の増減	楕円偏光の直線偏光化と偏光面の回転	光路差の増減

a) 第1編 6.1.5.A

b) " 6.1.5.B

c) " 6.1.4.B 第2編 9,10

d) 第1編 6.1.5.C

e) 応用物理学会編 結晶光学184-188頁 森北出版

## 4. セナルモン法

セナルモンの補整器を使った光路差測定法をセナルモン法と呼ぶ。補整器は四分の一波

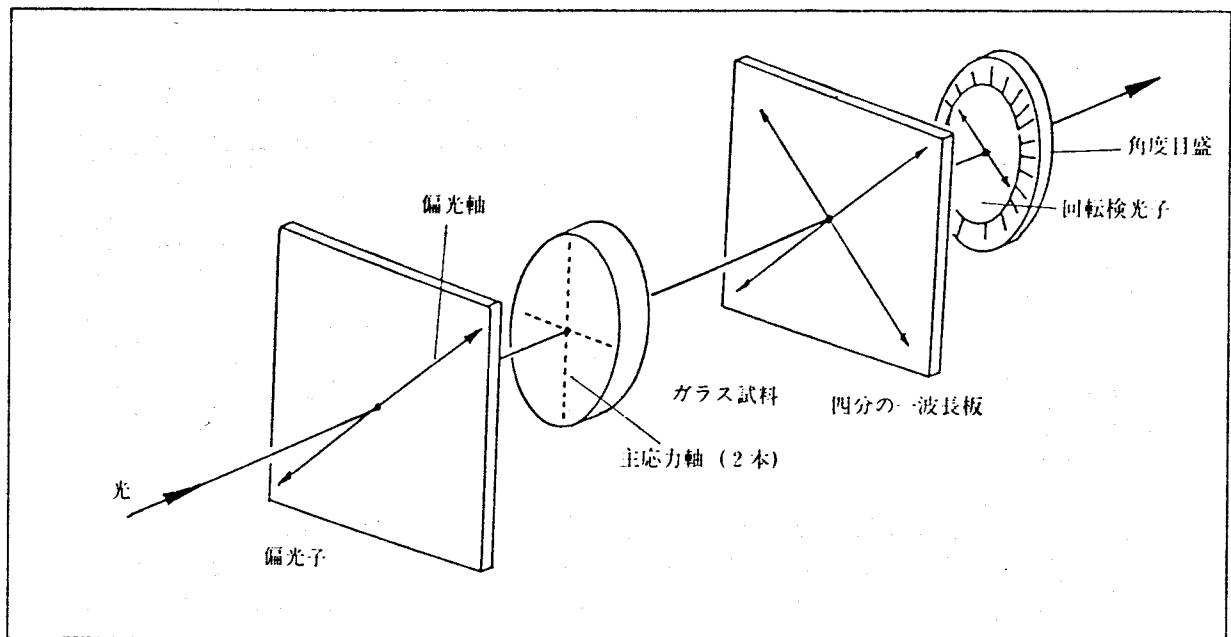


図4 セナルモン補整器の構造の例(横型)

長板と回転可能な検光子とを組み合わせただけの簡単な構造であるのに、

- A. 検光子の回転角が光路差に正比例する。
- B. 単色光を使えば光路差を光の波長と関連づけて決められるので、他種の測定法の基準の役目をする。
- C. 四分の一波長板の光路差が光の波長の1/4に比べて多少狂っていても、それに原因する測定誤差は四分の一波長板の誤差の1/10以下に収まる、などの特長がある。

このような特長にも拘らず、セナルモン法は現状では十分に活用されていないと感じられる。たとえば JIS規格「S2305-1978改正(1988 確認) 炭酸飲料用ガラスびんのひずみ測定方法」は残留ひずみを比較法および直接法で測ることを規定しており、後者はセナルモン法であると解される。しかしひずみの表示は検光子の回転角により段階的に表現するに留まり、応力の算出までは規定しない。また市販の歪検査器にはまれに、セナルモン法の実行を意図したと推定されるのに光学素子の配置や構造に誤りがあって目的が達せられないものがある。

このような事情がある原因の一つはセナルモン法の原理のわかりにくさであろう。他の補整器や測定法では光路差同士の比較や加減算だけを使っているのに対して、セナルモン法は光路差を持つ光の偏光特性を変えると同時に偏光面角度に変換している。セナルモン法を十分活用するにはこの機構の理解が必要である。

本稿では補整器の構造と測定の原理を記す。

## 5. セナルモン補整器の構造と使用方法

装置を横形に組んだ場合を図4に示す。偏光子の偏光軸を水平(および垂直)と45°の角をなすように置かれている。

次に検光子が偏光軸が偏光子のそれと直交する関係に置かれる。この段階で視野は暗い。

次に四分の一波長板が検光子の直前に置かれる。その2つの直交する軸は水平と45°の角をなすように置かれる。すなわちそれぞれ偏光子、検光子の偏光軸と平行である。この段階でも視野は暗い。

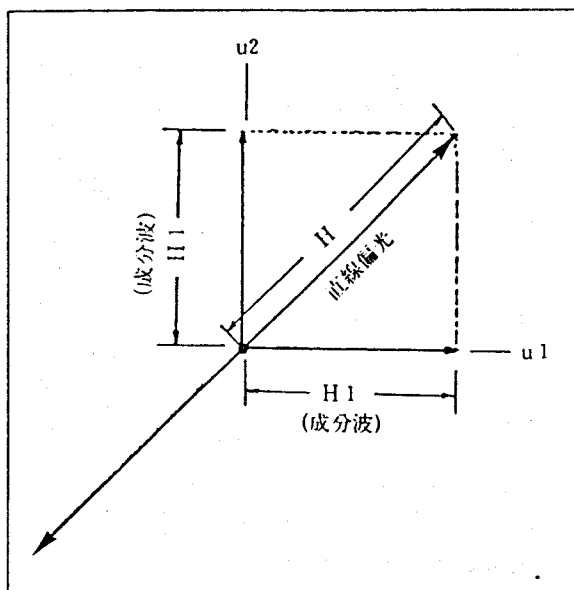


図5 直線偏光の電場ベクトルの分解の説明図

ガラス試料は偏光子と四分の一波長板との間におかれる。試料に応力があるとその部分には明るく見えるから、測りたい部分が最も明るく見える試料の角度を探して固定する。こうすると自然に試料内の主応力軸方向は水平および垂直になる。

検光子を回転すると試料内の明るさ分布が変わるので、測りたい部分が最も暗く見えるような検光板の角度を探す。光路差Rはこの時の検光板の回転角度に比例し

$$R = \frac{\text{単色光の波長}}{180^\circ} \times \text{回転角} \dots \text{(式1)}$$

Rおよび光の波長：単位 nm(ナノメートル)  
 回転角：単位 度

たとえば波長は水銀放電灯の緑で546nm, ナトリウム放電灯の黄色で589nmであるから, Rは普通1°当たり3.0~3.3nmである。

装置の構成上の注意点は次の2つである：

- a. 四分の一波長板の軸方向は四分の一波長検板のものとは45°異なっている(図2)。
- b. 試料は偏光子と四分の一波長板との間に入る。配置を逆にすると意味のない観察・測定になる。

## 6. セナルモン補整器内の光の挙動

### 6.1 光路差の発生と楕円偏光

検光子を通過した光は直線偏光であり、その振動面(偏光面)は水平および垂直と45°の角をなしている。その電場ベクトルの強さは時間・位置双方の正弦関数である。これを

$$H \times \sin \theta$$

と表す。Hは振幅、 $\theta$ は時間と位置の一次関数である。

この光がガラス試料に入ると、入射光を主応力軸方向にベクトル分解した2つの成分波に分裂して(図5)、互いに異なる速度で進む。それらの電場ベクトルの振幅はともに

$$H \times 0.707 = H_1$$

である。ここで0.707は $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$ である。以後、水平方向およびその方向に振動する波をu1、もう一つのものをu2で表す。

ガラス試料を通過後、2つの波の間に光路差R、遅れ位相角 $\delta = R \times (2\pi/\lambda)$ が発生する。2つの光の波は一つは

$$u_1 = H_1 \times \sin \theta$$

もう一つは

$$u_2 = H_1 \times \sin(\theta + \delta)$$

で表される。光路差が零の場合と零でない2~3の場合の状況を図6に示す。光路差の変化1波長相当ごとに同じ状況が繰り返される。

このような2つの成分波の合成ベクトルは、その先端の軌跡が時間の関数として楕円形を描くので、楕円偏光と呼ばれる(図7)。ただしその特殊な場合として

$$R = 0, (1/2) \times \lambda, \lambda, \dots \text{の時 直線}$$

$$R = (1/4) \times \lambda, (3/4) \times \lambda, \dots \text{の時 円形}$$

を描くのでそれぞれ直線偏光、円偏光と呼ばれる。従って直線偏光または円偏光に $(\lambda/4)$ の光路差を与えると

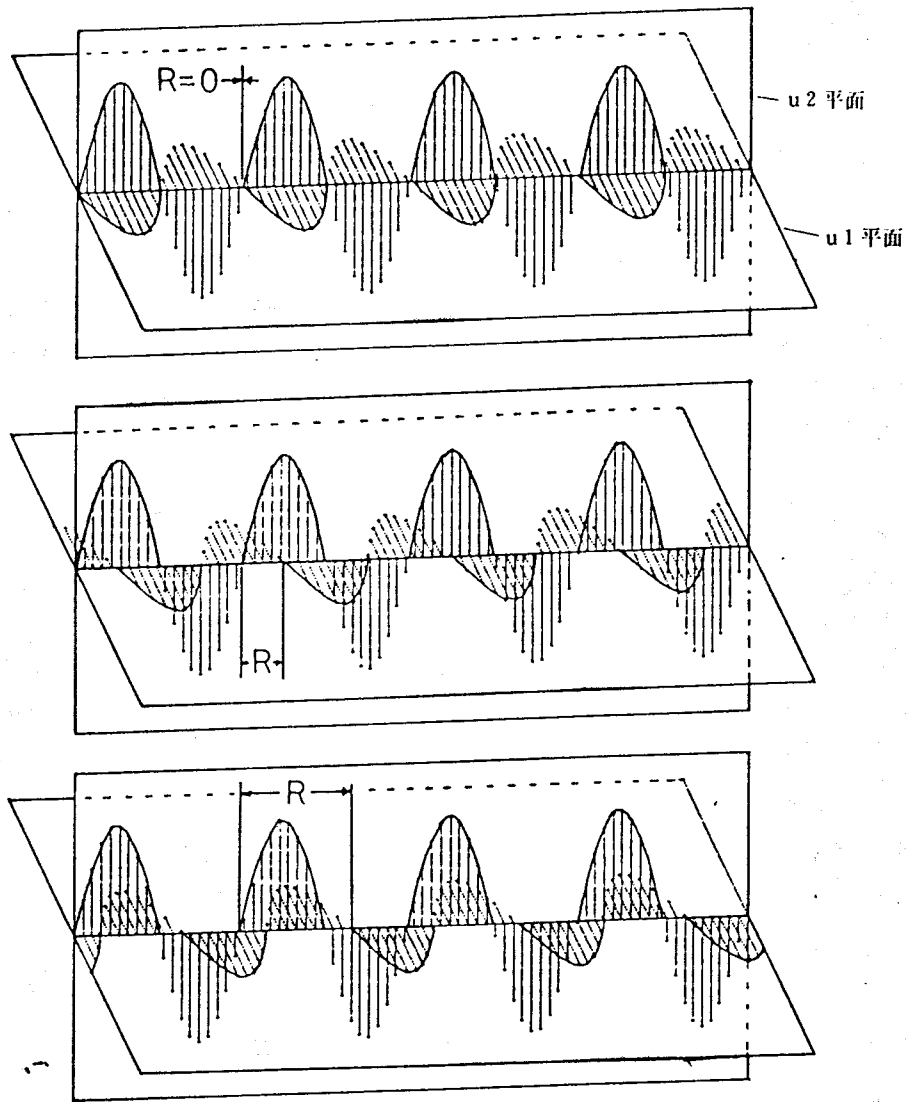


図6 成分波間の光路差Rがあるときの状況

円偏光 ↔ 直線偏光  
の変換が起きる。

後の議論に必要なから楕円の長半径・短半径を計算しておく。これらは半径の極値として、 $u_1$ 波と $u_2$ 波の位相角が次のように $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, \dots$ を中央にして対称的に挟む時に起きる：

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= H_1 \times \sin(90^\circ - \delta/2) \\ u_2 &= H_1 \times \sin(90^\circ + \delta/2) \end{aligned} \right\} \dots \text{長半径} \\ \therefore u_1 = u_2$$

および

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= H_1 \times \sin(0^\circ - \delta/2) \\ u_2 &= H_1 \times \sin(0^\circ + \delta/2) \end{aligned} \right\} \dots \text{短半径} \\ \therefore u_1 = -u_2$$

などであり、その時のベクトルの長さは

$$\begin{aligned} \text{長半径} \dots H_{\text{MAX}} &= H \times \sin(90^\circ - \delta/2) \\ &= H \times \cos(\delta/2) \end{aligned}$$

$$\text{短半径} \dots H_{\text{MIN}} = H \times \sin(\delta/2)$$

長軸・短軸の方向は  $|u_1| = |u_2|$  が成立する場合、すなわち $u_1, u_2$ 軸と $45^\circ, 135^\circ$ などをなす方向 $v_1, v_2$ である(図8)。 $v_1, v_2$ は次に置かれた四分の一波長板の2つの軸と平行である。

楕円形を短軸 $v_1$ と長軸 $v_2$ 方向に振動す

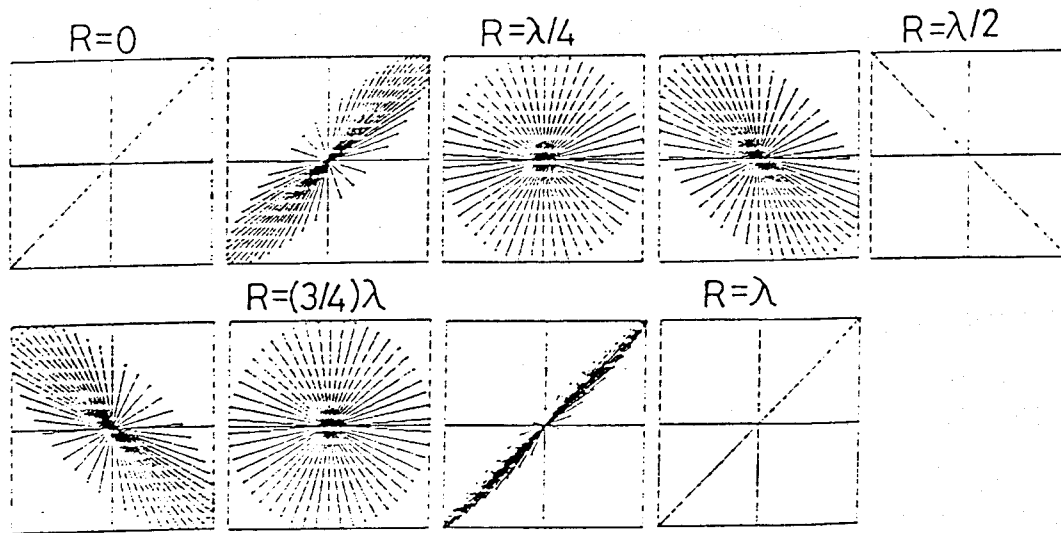


図7 光路差が0からλ(1波長相当)まで変化した時の合成波ベクトルの挙動

る成分波のベクトル合成として表すと

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= H_{\text{MIN}} \times \sin \psi \\ v_2 &= H_{\text{MAX}} \times \cos \psi \\ &= H_{\text{MAX}} \times \sin(\psi + 90^\circ) \end{aligned} \right\} \dots (\text{式 } 2)$$

となり、 $\delta$ に関係なく  $v_1$  波と  $v_2$  波との間に  $90^\circ = (\lambda/4 \text{ 相当})$  の位相角差がある。

### 6. 2 四分の一波長板の効果

ガラスを通過して楕円偏光になった光は次に四分の一波長板に入る。楕円の長軸と短軸は四分の一波長板の2つの軸と平行であるから、長軸方向の成分波は短軸方向の成分波に相対的に  $90^\circ = \pi/2$  ( $R = \lambda/4$  に相当する) の位相角変化が与えられる。従って式(2)

のかわりに

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= H_{\text{MIN}} \times \sin \psi \\ v_2 &= H_{\text{MAX}} \times \sin \psi \\ \therefore v_1 / v_2 &= H_{\text{MIN}} / H_{\text{MAX}} = \text{const} \end{aligned} \right\}$$

となり、 $v_1$  と  $v_2$  は位相が同じ、これらの合成ベクトルの方向は  $v_1 / v_2$  の比で決められ、合成された波が直線偏光であることを表す。

合成ベクトルの方向と  $v_2$  軸との間の角を  $\phi$  とすれば(図9)、

$$\begin{aligned} \tan \phi &= H_{\text{MIN}} / H_{\text{MAX}} = \tan(\delta / 2) \\ \therefore \phi &= \delta / 2 \end{aligned}$$

これは四分の一波長板を通過してきた直線

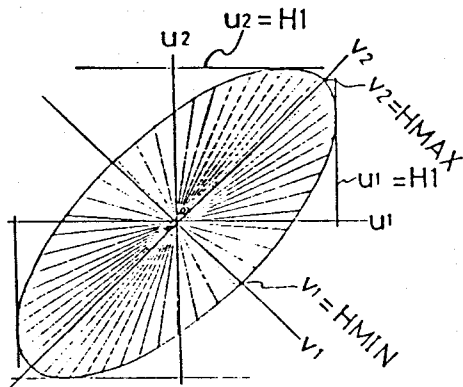


図8 楕円偏光の解析の説明図(その1)

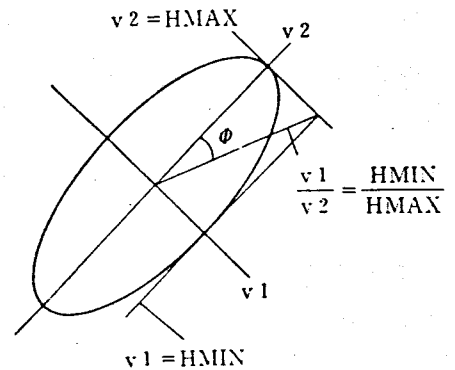


図9 楕円偏光の解析の説明図(その2)

偏光の振動面の角度はガラス試料が与えた遅れ位相角の1/2倍に等しいだけ変化することを表現している。光路差との対応は

$$R = \lambda \rightarrow \text{位相角} = 2\pi \text{ラジアン} = 360^\circ \\ \rightarrow \phi \text{の変化} = 180^\circ$$

$\therefore 180^\circ \leftrightarrow$  光路差の1波長相当という関係であり、これは(式1)と同等である。

### 6. 3 検光子回転による $\phi$ の同定

四分の一波長板から出てきた光は直線偏光なので、検光子を直角角度に持ってくると良好な消光状態が見られ、検光子の角度から直線偏光の偏光面角度は明瞭に決定できる。

## 7. 歪検査器とセナルモン法

歪検査器は5章の注意を守って作ればよいが、まれに無意味な構造を持つ例を経験した。そのような構造を作るにはもっともな理由があると感じているのでもう一度記してみる。

#### A. 四分の一波長板を検光子の直後に置く場合

これは鋭敏色検板法の歪検査器から類推しての誤りだと思う。検板の場合は2枚の偏光板の間の任意の位置に置いてよいからである。

#### B. 四分の一波長板の軸の角度が違っている場合

これには構造の誤りと使用中の狂いとの方があると思う。

四分の一波長板を検板として使う場合や円偏光法の場合には、軸は偏光軸と45°の角度にして使うので、これとの類推で誤った角度に取り付けてしまう(図2参照)。

試用中にゆるんで四分の一波長板や検光子の取付け角度が狂ったとすると、それを直す

のは(原理を理解していないと)容易ではない。

## 8. 白色光源の場合

白熱電球や蛍光灯を光源とした時には光の波長をいくらにして計算するかが問題になる。次のようないくつかの考え方ができる。

- A. 肉眼に最も良く感ずる波長(560~580nm)域のいずれかの値を採用する。
- B. 四分の一波長板の光路差を調べ、その4倍を光の波長とする。
- C. 狭い波長域だけを通過する光フィルターを透して測定し、透過中心波長を採用する。幸運な場合にはすべての方法がほぼ同じ波長の値を与えるであろう。そうでない場合は多少の誤差に目をつぶってどれかの方法を選ぶか、または歪検査器を改修するかである。

以上のような筆者の経験が参考になれば幸いである。

#### 関連文献

- 第1編New Glass Technol. 2巻2号44頁
- 第2編New Glass Technol. 5巻4号47頁
- 第3編The Glass—Technol. and Communication 15号

#### [著者紹介]



岸井 貫(きしい とおる)  
昭和25年3月東京大学理学部  
物理学科卒業、同年4月東芝  
入社、硝子技術部(現東芝硝子)、  
昭和38年8月東芝中央研究所、  
同総合研究所を経て計測器の  
販売と開発に従事、昭和58年  
10月東芝硝子輸入社、昭和46  
年~47年カリフォルニア大学ロサンゼルス  
校客員研究員、工学博士(東京工業大学)、現千  
葉工業大学教授。